Олимпиада по математике 2018

учащихся учреждений начального профессионального образования

Калужской области

Решения задач.

1.1. Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять таких же рубашек дороже куртки?

Решение:

Стоимость четырех рубашек – (100%–8%)/100%=0,92 от стоимости куртки. Стоимость одной рубашки – 0,92/4=0,23 стоимости куртки. Стоимость пяти рубашек – 0,23\*5=1,15 стоимости куртки. Следовательно, пять рубашек на (1,15–1)\*100%=15% дороже куртки.

Ответ: 15%.

1.2. Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 кг изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды.

Решение:

Виноград содержит 10 % сухого вещества, а изюм – 5%. Обозначим x – количество кг винограда, y – количество кг сухого вещества, тогда

Ответ: 190 кг.

1.3. Из 30 студентов 21 изучает английский, 13 – немецкий и 11 – французский язык. 9 студентов изучают английский и немецкий, 6 – английский и французский, 5 – немецкий и французский. Сколько студентов изучают все три языка.

Решение:

Обозначим A, B, C – множества студентов, изучающих английский, немецкий, французский языки соответственно; P(A), P(B), P(C) – мощности соответствующих множеств, тогда

то есть и

Ответ: 5.

1.4. Найдите значение выражения .

Решение:

Ответ: 2.

1.5. Найдите значение выражения

Решение:

Ответ: 5.

2.1. Найдите уравнение касательной к графику функции , если абсцисса точки касания .

Решение:

Уравнение касательной к графику функции задается формулой

.

Здесь ,

тогда

Ответ: .

2.2. Решите уравнение: .

Решение:

1-й способ. Введение дополнительного угла.

2-й способ. Сведение к тангенсу половинного угла.

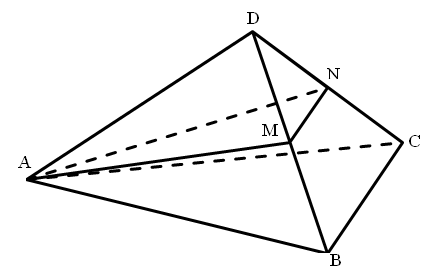
Ответ: .

2.3. Дан тетраэдр ABCD с длиной ребра равной 1. Точки M и N являются серединами ребер DB и DC соответственно. Найдите площадь сечения AMN.

Решение:

.

Полупериметр AMN



По формуле Герона площадь треугольника AMN

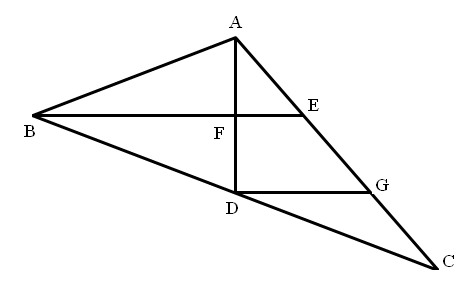
Ответ: .

2.4. Решите неравенство: .

Решение:

Ответ: .

2.5. В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 96. Найдите стороны треугольника ABC.

Решение:

Построим отрезок DG параллельно биссектрисе BE.

По свойству медианы BC=2AB.

По свойствам биссектрисы AF=FD=48 и EC=2AE.

Из подобия треугольников BEC и DGC EG=GC и DG=BE/2=48. Из подобия треугольников AFE и ADG FE =DG /2=24 и BF=BE-FE=72.

Ответ: ;

;

.